

PHÒNG GD-ĐT CHÂU THÀNH
HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI VÒNG HUYỆN
NĂM HỌC: 2017-2018
TOÁN – KHỐI 9

BÀI CÂU	NỘI DUNG BÀI GIẢI	BIỂU ĐIỂM
1	a) $A = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$ Điều kiện $a > 0, a \neq 1$ $A = \left(\frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2 + 4\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}}$ $A = \frac{a+2\sqrt{a}+1 - (a-2\sqrt{a}+1) + 4\sqrt{a}(a-1)}{a-1} \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}}$ $A = \frac{a+2\sqrt{a}+1 - a + 2\sqrt{a} - 1 + 4a\sqrt{a} - 4\sqrt{a}}{a-1} \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}}$ $A = \frac{4a\sqrt{a}}{a-1} \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}}$ $A = 4a$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,25 0,25
	b) Với $a = \frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}}$ ta có: $A = 4a$ $A = \frac{4\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}(2-\sqrt{6})}{4-6}$ $A = -2\sqrt{6}(2-\sqrt{6}) = 12 - 4\sqrt{6}$	0,5 0,5
	c) $\sqrt{A} > A \Leftrightarrow \sqrt{A} > \sqrt{A^2} \Leftrightarrow \sqrt{A} - \sqrt{A^2} > 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{A}(1 - \sqrt{A}) > 0$ Vì $\sqrt{A} > 0$ nên $(1 - \sqrt{A}) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{A} < 1$ hay $A < 1$ mà $A = 4a$ nên $4a < 1 \Leftrightarrow a < \frac{1}{4}$ $(0 < a < \frac{1}{4})$	0,25 0,25 0,5 0,5
	a) Giải phương trình: $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + x + 2y + \frac{1}{2} = \sqrt{(x^2 + 2x + 3)(-y^2 + 4y - 2)}$	

2

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2x + 4y + 1 = 2\sqrt{(x^2 + 2x + 3)(-y^2 + 4y - 2)}$$

0,5

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 - 2\sqrt{(x^2 + 2x + 3)(-y^2 + 4y - 2)} + (-y^2 + 4y - 2) = 0$$

0,5

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{-y^2 + 4y - 2})^2 = 0$$

0,5

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x + 3} = \sqrt{-y^2 + 4y - 2}$$

0,5 ✓

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = -y^2 + 4y - 2$$

0,25

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 + y^2 - 4y + 2 = 0$$

0,25

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$$

0,25 ✓

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 0$$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

0,25

Vậy phương trình có nghiệm $(x;y)=(-1;2)$

0,25

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 1 + 2x + \frac{a^2}{(x+1)^2}$

$$\text{Ta có: } y = x^2 + 1 + 2x + \frac{a^2}{(x+1)^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-Si cho $a \geq 0; b \geq 0$ $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

0,25

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b$

0,25

$$\text{Ta có: } y \geq 2\sqrt{(x+1)^2 \cdot \frac{a^2}{(x+1)^2}} = 2\sqrt{a^2} = 2|a| \quad \text{--- } 2a$$

0,25

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{a^2}{(x+1)^2} \Leftrightarrow (x+1)^4 = a^2$$

0,25

$$\Leftrightarrow x+1 = \pm \sqrt[4]{a^2} \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{|a|}$$

0,25

Vậy giá trị nhỏ nhất của y là $y=2|a|$ khi $x = -1 \pm \sqrt{|a|}$

0,25

3

a) Do $A(-1;-3) \in (d_m)$ ta thế tọa độ điểm A vào phương trình (d_m)

0,5

Ta có : $2m(-1) + (3m-1)(-3) - 6 = 0$

0,5

$$\Leftrightarrow -11m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{11}$$

0,5

Khi $m = -\frac{3}{11}$ đường thẳng (d): $3x + 10y + 33 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{10}x - \frac{33}{10}$

0,5

Hệ số góc đường thẳng (d) là $k = -\frac{3}{10}$

0,5

Vậy đường thẳng (d) cần tìm là: $y = -\frac{3}{10}x - \frac{33}{10}$ và hệ số góc $k = -\frac{3}{10}$

0,5

b) Giả sử $B(x;y)$ là điểm cố định của họ (d_m) với mọi m

0,5

	$\Leftrightarrow 2mx + (3m-1)y - 6 = 0, \forall m$ $\Leftrightarrow (2x+3y)m - 6 - y = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=0 \\ -6-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=-6 \end{cases}$ Vậy điểm cố định mà mọi đường thẳng (d_m) đi qua là: B(9;-6)	0,5 0,5 0,5
4	a) Các tam giác MBO và ONC có; $\widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ$ $\widehat{BOM} = 120^\circ - \widehat{CON} = \widehat{CNO}$ Vậy tam giác OBM đồng dạng tam giác NCO Suy ra: $\frac{OB}{NC} = \frac{BM}{CO} \Leftrightarrow OB \cdot CO = BM \cdot NC$ $\Leftrightarrow \frac{BC}{2} \cdot \frac{BC}{2} = BM \cdot CN \Leftrightarrow BC^2 = 4BM \cdot CN$ b) Vì $\triangle OBM \sim \triangle NCO \Rightarrow \frac{OM}{NO} = \frac{BM}{CO} \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{BM}{BO}$ (vì $BO = CO$) $\Rightarrow \frac{OM}{BM} = \frac{ON}{BO} \Rightarrow \triangle OMN \sim \triangle BMO$ $\Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{BMO} \text{ hay } MO \text{ là tia phân giác của góc } BMN$ Chứng minh tương tự, NO là tia phân giác của góc MNC c) Điểm O nằm trên phân giác của góc BMN nên O cách đều MB, (cách đều AB) và MN. Tương tự, O cách đều NC (cách đều AC) và MN. Như vậy, điểm O luôn cách đoạn thẳng MN một khoảng cách không đổi bằng khoảng cách từ O đến cạnh AB. Kẻ $OH \perp AB$ ($H \in AB$) ta có: $\triangle AHO \sim \triangle AOB \Rightarrow \frac{HO}{OB} = \frac{AO}{AB} \Rightarrow OH = \frac{AO \cdot OB}{AB} = \frac{1}{2} AO$ Đường thẳng MN luôn tiếp xúc với đường tròn tâm O bán kính là $\frac{AO}{2}$ (đpcm)	Vẽ hình đúng cho 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25

Chú ý : - Vẽ hình sai không chấm phần chứng minh hình học
 - Học sinh giải cách khác nếu đúng vẫn cho đủ số điểm từng câu